

位移寄存器 (registers)

工程师 Christopher 在开发一款新的计算机处理器。

这个处理器可以访问 m 个不同的 b 位存储单元 (本题中 $m = 100$ 且 $b = 2000$)。它们被称作**寄存器**, 编号从 0 到 $m - 1$ 。我们把这些寄存器记为 $r[0], r[1], \dots, r[m - 1]$ 。每个寄存器都是 b 个比特的数组, 这些比特从 0 (最右的比特) 到 $b - 1$ (最左的比特) 编号。对所有的 i ($0 \leq i \leq m - 1$) 和 j ($0 \leq j \leq b - 1$), 我们将寄存器 i 的第 j 个比特记为 $r[i][j]$ 。

对所有的比特序列 d_0, d_1, \dots, d_{l-1} (具有某个长度 l) , 该序列的**整数值**等于 $2^0 \cdot d_0 + 2^1 \cdot d_1 + \dots + 2^{l-1} \cdot d_{l-1}$ 。我们说**存储在某个寄存器中的整数值**就是寄存器中比特序列的整数值, 也就是说, 该整数值为 $2^0 \cdot r[i][0] + 2^1 \cdot r[i][1] + \dots + 2^{b-1} \cdot r[i][b - 1]$ 。

该处理器有 9 种类型的**指令**, 可以用来修改寄存器中的比特。每条指令操作一个或多个寄存器, 并将其输出存储到其中的一个寄存器。下面我们用 $x := y$ 表示一个修改 x 的值并将其变成 y 的操作。每种类型的指令所做的操作描述如下:

- $move(t, y)$: 将寄存器 y 中的比特数组拷贝到寄存器 t 。对所有的 j ($0 \leq j \leq b - 1$), 设置 $r[t][j] := r[y][j]$ 。
- $store(t, v)$: 设置寄存器 t 等于 v , 这里 v 是某个 b 个比特的数组。对于所有的 j ($0 \leq j \leq b - 1$), 设置 $r[t][j] := v[j]$ 。
- $and(t, x, y)$: 取寄存器 x 和 y 的按位与, 并将结果存到寄存器 t 中。对于所有的 j ($0 \leq j \leq b - 1$), 如果 $r[x][j]$ 和 $r[y][j]$ 同时为 1 则设置 $r[t][j] := 1$, 否则设置 $r[t][j] := 0$ 。
- $or(t, x, y)$: 取寄存器 x 和 y 的按位或, 并将结果存到寄存器 t 中。对于所有的 j ($0 \leq j \leq b - 1$), 如果 $r[x][j]$ 和 $r[y][j]$ 至少有一个为 1 则设置 $r[t][j] := 1$, 否则设置 $r[t][j] := 0$ 。
- $xor(t, x, y)$: 取寄存器 x 和 y 的按位异或, 并将结果存到寄存器 t 中。对于所有的 j ($0 \leq j \leq b - 1$), 如果 $r[x][j]$ 和 $r[y][j]$ 恰好有一个为 1 则设置 $r[t][j] := 1$, 否则设置 $r[t][j] := 0$ 。
- $not(t, x)$: 取寄存器 x 的按位非, 并将结果存到寄存器 t 中。对于所有的 j ($0 \leq j \leq b - 1$), 设置 $r[t][j] := 1 - r[x][j]$ 。
- $left(t, x, p)$: 左移寄存器 x 中的所有比特 p 位, 并将结果存到寄存器 t 中。将寄存器 x 中的比特左移 p 位的结果, 是一个包含 b 个比特的数组 v 。对于所有的 j ($0 \leq j \leq b - 1$), 如果

$j \geq p$ 则 $v[j] = r[x][j - p]$, 否则 $v[j] = 0$ 。对所有的 j ($0 \leq j \leq b - 1$), 设置 $r[t][j] := v[j]$ 。

- $right(t, x, p)$: 右移寄存器 x 中的所有比特 p 位, 并将结果存到寄存器 t 中。将寄存器 x 中的比特右移 p 位的结果, 是一个包含 b 个比特的数组 v 。对于所有的 j ($0 \leq j \leq b - 1$), 如果 $j \leq b - 1 - p$ 则 $v[j] = r[x][j + p]$, 否则 $v[j] = 0$ 。对所有的 j ($0 \leq j \leq b - 1$), 设置 $r[t][j] := v[j]$ 。
- $add(t, x, y)$: 将寄存器 x 和 y 中的整数值加起来, 并将结果存到寄存器 t 中。加法是在模 2^b 下做的。正式一些来说, 设 X 是操作前存在寄存器 x 中的整数值, 而 Y 是操作前存在寄存器 y 中的整数值。设 T 为操作后存在寄存器 t 中的整数值。如果 $X + Y < 2^b$, 设置 t 中的比特使得 $T = X + Y$ 。否则, 设置 t 中的比特使得 $T = X + Y - 2^b$ 。

Christopher 希望你用这个新处理器解决两种任务。任务的类型用整数 s 来表示。对所有类型的任务, 你需要创建一个**程序**, 其为上文所定义的指令构成的序列。

程序的**输入**包括 n 个整数 $a[0], a[1], \dots, a[n - 1]$, 而每个整数都有 k 个比特, 也就是说, $a[i] < 2^k$ ($0 \leq i \leq n - 1$)。在程序执行前, 输入的所有的数都依次存储在寄存器 0 中, 使得对所有的 i ($0 \leq i \leq n - 1$), k 比特序列 $r[0][i \cdot k], r[0][i \cdot k + 1], \dots, r[0][(i + 1) \cdot k - 1]$ 的整数值等于 $a[i]$ 。注意 $n \cdot k \leq b$ 。寄存器 0 中所有其他的比特 (其下标在 $n \cdot k$ 和 $b - 1$ 之间, 包括 $n \cdot k$ 和 $b - 1$), 以及其他所有寄存器中的所有比特, 都初始化为 0。

执行某个程序就是按序执行其所包含的指令。在最后一指令执行完毕后, 程序的**输出**将根据寄存器 0 中比特最终的值计算出来。具体来说, 输出是 n 个整数 $c[0], c[1], \dots, c[n - 1]$ 的序列, 这里对所有 i ($0 \leq i \leq n - 1$) 来说, $c[i]$ 都是寄存器 0 中比特 $i \cdot k$ 到 $(i + 1) \cdot k - 1$ 所构成的序列的整数值。注意, 在程序运行结束后, 寄存器 0 中其余的比特 (下标不小于 $n \cdot k$), 以及其他寄存器中的所有比特, 可能是任意值。

- 第一个任务 ($s = 0$) 是要找出输入整数 $a[0], a[1], \dots, a[n - 1]$ 中的最小值。具体来说, $c[0]$ 必须是 $a[0], a[1], \dots, a[n - 1]$ 中的最小值。 $c[1], c[2], \dots, c[n - 1]$ 的值可以是任意的。
- 第二个任务 ($s = 1$) 是要将输入整数 $a[0], a[1], \dots, a[n - 1]$ 进行非降序排序。具体来说, 对于所有的 i ($0 \leq i \leq n - 1$), $c[i]$ 应当等于 $a[0], a[1], \dots, a[n - 1]$ 中第 $1 + i$ 小的整数 (也就是说, $c[0]$ 是输入整数中的最小整数)。

请帮 Christopher 写一下解决这些任务的程序。每个程序至多只能包含 q 条指令。

实现细节

你要实现如下函数:

```
void construct_instructions(int s, int n, int k, int q)
```

- s : 任务类型。
- n : 输入中的整数的数量。

- k : 输入中的每个整数的比特数。
- q : 允许的最大的指令数。
- 该函数将被恰好调用一次，并应当为所要解决的任务创建一个指令序列。

该函数应当调用以下函数中的一或多个，以创建指令序列：

```
void append_move(int t, int y)
void append_store(int t, bool[] v)
void append_and(int t, int x, int y)
void append_or(int t, int x, int y)
void append_xor(int t, int x, int y)
void append_not(int t, int x)
void append_left(int t, int x, int p)
void append_right(int t, int x, int p)
void append_add(int t, int x, int y)
```

- 每个函数分别往程序追加一条 $move(t, y)$ 、 $store(t, v)$ 、 $and(t, x, y)$ 、 $or(t, x, y)$ 、 $xor(t, x, y)$ 、 $not(t, x)$ 、 $left(t, x, p)$ 、 $right(t, x, p)$ 或 $add(t, x, y)$ 指令。
- 对于所有相关的指令， t 、 x 、 y 必须至少为 0 且至多为 $m - 1$ 。
- 对于所有相关的指令， t 、 x 、 y 不必是两两之间不同的。
- 对于指令 $left$ 和 $right$ ， p 必须至少为 0 且至多为 b 。
- 对于指令 $store$ ， v 的长度必须为 b 。

你还可以调用以下函数，以帮助测试你的答案：

```
void append_print(int t)
```

- 在评测你的答案时，对该函数的所有调用都将被忽略。
- 在评测程序示例中，该函数将往程序追加一个 $print(t)$ 操作。
- 当评测程序示例在执行某个程序过程中遇到一个 $print(t)$ 操作时，它会打印出由寄存器 t 中前 $n \cdot k$ 比特构成的 n 个 k -比特整数（细节可参见“评测程序示例”部分）。
- t 必须满足 $0 \leq t \leq m - 1$ 。
- 对该函数的任何调用，都不会算到你所创建的指令的数量里面。

在追加最后一条指令之后，`construct_instructions` 应当返回。随后你创建的程序将在一定数量的测试用例上评测，其中每个测试用例给出的输入数据为 n 个 k -比特整数 $a[0], a[1], \dots, a[n - 1]$ 。如果程序对给定输入数据的输出结果 $c[0], c[1], \dots, c[n - 1]$ 满足如下条件，你的答案就将被视为通过了对应的样例：

- 如果 $s = 0$ ， $c[0]$ 应当为 $a[0], a[1], \dots, a[n - 1]$ 中的最小值。
- 如果 $s = 1$ ，对所有 i ($0 \leq i \leq n - 1$) 来说， $c[i]$ 应当是 $a[0], a[1], \dots, a[n - 1]$ 中第 $1 + i$ 小的整数。

在评测你的答案时，可能会给出下面的错误信息之一：

- Invalid index: 在调用某些函数时的参数 t , x 或 y 所给出的寄存器下标是不正确的（可能是负数）。
- Value to store is not b bits long: 提供给 `append_store` 的 v 的长度不等于 b 。
- Invalid shift value: 提供给 `append_left` 或 `append_right` 的 p 的值不在 0 和 b 之间（包括 0 和 b ）。
- Too many instructions: 你的函数试图追加超过 q 条指令。

例子

例 1

设 $s = 0$, $n = 2$, $k = 1$, $q = 1000$ 。有两个输入的整数 $a[0]$ 和 $a[1]$, 每个都有 $k = 1$ 个比特。在程序执行前, $r[0][0] = a[0]$ 且 $r[0][1] = a[1]$ 。处理器中的其他所有比特都被设置为 0 。在程序中的指令全部执行完毕后, 我们想要得到 $c[0] = r[0][0] = \min(a[0], a[1])$, 其为 $a[0]$ 和 $a[1]$ 中的最小值。

提供给程序的输入, 总共有四种可能情形:

- 情形 1: $a[0] = 0, a[1] = 0$
- 情形 2: $a[0] = 0, a[1] = 1$
- 情形 3: $a[0] = 1, a[1] = 0$
- 情形 4: $a[0] = 1, a[1] = 1$

我们可以注意到, 对于所有 4 种情形, $\min(a[0], a[1])$ 等于 $a[0]$ 和 $a[1]$ 的按位与。因此, 一种可能的答案是通过做如下调用而创建的程序:

1. `append_move(1, 0)`, 追加一条指令, 将 $r[0]$ 拷贝到 $r[1]$ 。
2. `append_right(1, 1, 1)`, 追加一条指令, 将 $r[1]$ 中的所有比特右移 1 位, 接着将结果存回到 $r[1]$ 中。由于每个整数都是 1-比特长的, 这将使得 $r[1][0]$ 等于 $a[1]$ 。
3. `append_and(0, 0, 1)`, 追加一条指令, 将 $r[0]$ 和 $r[1]$ 做按位与, 接着将结果存到 $r[0]$ 中。在本指令执行完毕后, $r[0][0]$ 被设置成 $r[0][0]$ 和 $r[1][0]$ 的按位与, 其值等于 $a[0]$ 和 $a[1]$ 的按位与, 也就是所要求的结果。

例 2

设 $s = 1$, $n = 2$, $k = 1$, $q = 1000$ 。与前面的例子一样, 这里程序的输入数据也只有 4 种可能的情形。对于所有 4 种情形, $\min(a[0], a[1])$ 是 $a[0]$ 和 $a[1]$ 的按位与, 而 $\max(a[0], a[1])$ 是 $a[0]$ 和 $a[1]$ 的按位或。一个可能的答案是做如下调用:

1. `append_move(1, 0)`
2. `append_right(1, 1, 1)`
3. `append_and(2, 0, 1)`
4. `append_or(3, 0, 1)`
5. `append_left(3, 3, 1)`

6. `append_or(0, 2, 3)`

在执行完这些指令后, $c[0] = r[0][0]$ 存有 $\min(a[0], a[1])$, 而 $c[1] = r[0][1]$ 则存有 $\max(a[0], a[1])$, 也就对输入数据做好了排序。

约束条件

- $m = 100$
- $b = 2000$
- $0 \leq s \leq 1$
- $2 \leq n \leq 100$
- $1 \leq k \leq 10$
- $q \leq 4000$
- $0 \leq a[i] \leq 2^k - 1$ (对于所有 $0 \leq i \leq n - 1$)

子任务

1. (10 分) $s = 0, n = 2, k \leq 2, q = 1000$
2. (11 分) $s = 0, n = 2, k \leq 2, q = 20$
3. (12 分) $s = 0, q = 4000$
4. (25 分) $s = 0, q = 150$
5. (13 分) $s = 1, n \leq 10, q = 4000$
6. (29 分) $s = 1, q = 4000$

评测程序示例

评测程序示例按以下格式读取输入:

- 第 1 行: $s \ n \ k \ q$

接下来还有若干行, 每行描述一个单独的测试用例。每个测试用例将以如下格式给出:

- $a[0] \ a[1] \ \dots \ a[n - 1]$

这样, 就描述出了一个包含 n 个整数 $a[0], a[1], \dots, a[n - 1]$ 的测试用例。在所有测试用例的描述之后, 将跟着仅包含 -1 的单独一行。

评测程序示例首先调用 `construct_instructions(s, n, k, q)`。如果该调用违反了在程序说明中的某些限制, 评测程序示例将打印出在“实现细节”部分列出的错误信息之一, 并且退出。否则, 评测程序示例首先依次打印出 `construct_instructions(s, n, k, q)` 所追加的指令。对于 *store* 指令, 将把 v 从下标 0 到 $b - 1$ 依次打印出来。

随后, 评测程序示例将依次处理测试用例。对于每个测试用例, 评测程序示例将在该测试用例中的输入数据上运行所创建的程序。

对于每个 $\text{print}(t)$ 操作, 设 $d[0], d[1], \dots, d[n-1]$ 为一个整数序列, 使得对于所有 i ($0 \leq i \leq n-1$), $d[i]$ 为 (在执行该操作时) 寄存器 t 中比特序列 $i \cdot k$ 到 $(i+1) \cdot k - 1$ 的整数值。评测程序按照如下格式打印出该序列: `register t: d[0] d[1] ... d[n-1]`。

如果所有指令都被执行完毕, 评测程序示例将打印出程序的输出结果。

如果 $s = 0$, 评测程序示例在每个测试用例上的输出结果为如下格式:

- $c[0]$ 。

如果 $s = 1$, 评测程序示例在每个测试用例上的输出结果为如下格式:

- $c[0] c[1] \dots c[n-1]$ 。

在处理完所有测试用例后, 评测程序打印出 `number of instructions: X`, 这里 X 是你的程序的指令数量。