

# Bit Shift Register

Christopher, sang engineer, sedang mengerjakan sebuah prosesor komputer tipe baru.

Prosesor tersebut memiliki akses ke  $m$   $b$ -bit sel memory berbeda (dengan  $m = 100$  dan  $b = 2000$ ), yang umumnya disebut dengan **register**, dan dinomori dari  $0$  sampai  $m - 1$ . Kita merepresentasikan register-register tersebut dengan  $r[0], r[1], \dots, r[m - 1]$ . Tiap register merupakan sebuah array dengan  $b$  buah bit, dinomori dari  $0$  (bit terkanan) sampai  $b - 1$  (bit terkiri). Untuk setiap  $i$  ( $0 \leq i \leq m - 1$ ) dan setiap  $j$  ( $0 \leq j \leq b - 1$ ), kita merepresentasikan bit ke- $j$  dari register  $i$  dengan  $r[i][j]$ .

Untuk setiap sekuens dari bit  $d_0, d_1, \dots, d_{l-1}$  (dengan panjang  $l$  berapapun), **nilai bilangan bulat** dari sekuens tersebut adalah  $2^0 \cdot d_0 + 2^1 \cdot d_1 + \dots + 2^{l-1} \cdot d_{l-1}$ . Kita mengatakan **nilai bilangan bulat di register**  $i$  sebagai nilai bilangan bulat dari sekuens bit di register tersebut, dengan kata lain, nilainya adalah  $2^0 \cdot r[i][0] + 2^1 \cdot r[i][1] + \dots + 2^{b-1} \cdot r[i][b - 1]$ .

Prosesor tersebut memiliki 9 buah tipe **instruksi** yang dapat digunakan untuk memodifikasi bit-bit pada register. Tiap instruksi beroperasi pada satu atau lebih register dan menyimpan keluaran di salah satu register. Kita menggunakan  $x := y$  untuk merepresentasikan operasi yang merubah nilai dari  $x$  menjadi sama dengan nilai  $y$ . Operasi-operasi yang dilakukan oleh tiap tipe instruksi dideskripsikan di bawah:

- $move(t, y)$ : Menyalin bit array di register  $y$  ke register  $t$ . Untuk setiap  $j$  ( $0 \leq j \leq b - 1$ ), set  $r[t][j] := r[y][j]$ .
- $store(t, v)$ : Set register  $t$  menjadi sama dengan  $v$ , dimana  $v$  merupakan sebuah array berisi  $b$  bit. Untuk setiap  $j$  ( $0 \leq j \leq b - 1$ ), set  $r[t][j] := v[j]$ .
- $and(t, x, y)$ : Ambil bitwise-AND dari register  $x$  dan  $y$ , lalu simpan hasilnya di register  $t$ . Untuk setiap  $j$  ( $0 \leq j \leq b - 1$ ), set  $r[t][j] := 1$  apabila **kedua**  $r[x][j]$  dan  $r[y][j]$  bernilai 1, dan set  $r[t][j] := 0$  jika tidak.
- $or(t, x, y)$ : Ambil bitwise-OR dari register  $x$  dan  $y$ , lalu simpan hasilnya di register  $t$ . Untuk setiap  $j$  ( $0 \leq j \leq b - 1$ ), set  $r[t][j] := 1$  apabila **paling tidak salah satu** dari  $r[x][j]$  dan  $r[y][j]$  bernilai 1, dan set  $r[t][j] := 0$  jika tidak.
- $xor(t, x, y)$ : Ambil bitwise-XOR dari register  $x$  dan  $y$ , lalu simpan hasilnya di register  $t$ . Untuk setiap  $j$  ( $0 \leq j \leq b - 1$ ), set  $r[t][j] := 1$  apabila **tepat satu** dari  $r[x][j]$  dan  $r[y][j]$  bernilai 1, dan set  $r[t][j] := 0$  jika tidak.
- $not(t, x)$ : Ambil bitwise-NOT dari register  $x$ , lalu simpan hasilnya di register  $t$ . Untuk setiap  $j$  ( $0 \leq j \leq b - 1$ ), set  $r[t][j] := 1 - r[x][j]$ .

- $left(t, x, p)$ : Geser semua bit di register  $x$  ke kiri sebesar  $p$ , dan simpan hasilnya di register  $t$ . Hasil dari penggeseran bit di register  $x$  ke kiri sebesar  $p$  merupakan sebuah array  $v$  yang terdiri dari  $b$  bit. Untuk setiap  $j$  ( $0 \leq j \leq b-1$ ),  $v[j] = r[x][j-p]$  apabila  $j \geq p$ , dan  $v[j] = 0$  jika tidak. Untuk setiap  $j$  ( $0 \leq j \leq b-1$ ), set  $r[t][j] := v[j]$ .
- $right(t, x, p)$ : Geser semua bit di register  $x$  ke kanan sebesar  $p$ , dan simpan hasilnya di register  $t$ . Hasil dari penggeseran bit di register  $x$  ke kanan sebesar  $p$  merupakan sebuah array  $v$  yang terdiri dari  $b$  bit. Untuk setiap  $j$  ( $0 \leq j \leq b-1$ ),  $v[j] = r[x][j+p]$  apabila  $j \leq b-1-p$ , dan  $v[j] = 0$  jika tidak. Untuk setiap  $j$  ( $0 \leq j \leq b-1$ ), set  $r[t][j] := v[j]$ .
- $add(t, x, y)$ : Jumlahkan nilai bilangan bulat dari register  $x$  dan register  $y$ , lalu simpan hasilnya di register  $t$ . Penjumlahan tersebut dilakukan dengan modulo  $2^b$ . Formalnya, misalkan  $X$  sebagai nilai bilangan bulat yang disimpan di register  $x$ , dan  $Y$  sebagai nilai bilangan bulat yang disimpan di register  $y$  sebelum operasi. Misalkan  $T$  merupakan nilai bilangan bulat yang disimpan di register  $t$  setelah operasi. Apabila  $X + Y < 2^b$ , set bit-bit dari  $t$ , sedemikian sehingga  $T = X + Y$ . Jika tidak, set bit-bit dari  $t$ , sedemikian sehingga  $T = X + Y - 2^b$ .

Christopher ingin Anda menyelesaikan dua jenis tugas menggunakan prosesor baru tersebut. Tugas tersebut direpresentasikan dengan sebuah bilangan bulat  $s$ . Untuk kedua jenis tugas, Anda perlu membuat sebuah **program**, yakni serangkaian instruksi yang telah kita definisikan di atas.

**Masukan** dari program terdiri dari  $n$  buah bilangan bulat  $a[0], a[1], \dots, a[n-1]$ , masing-masing terdiri dari  $k$  buah bit, dengan kata lain,  $a[i] < 2^k$  ( $0 \leq i \leq n-1$ ). Sebelum program dijalankan, semua angka masukan disimpan secara berurutan pada register 0, sehingga untuk setiap  $i$  ( $0 \leq i \leq n-1$ ) nilai bilangan bulat pada rangkaian  $k$  buah bit  $r[0][i \cdot k], r[0][i \cdot k + 1], \dots, r[0][(i+1) \cdot k - 1]$  sama dengan  $a[i]$ . Perhatikan bahwa  $n \cdot k \leq b$ . Bit lainnya pada register 0 (yaitu, bit yang memiliki indeks di antara  $n \cdot k$  dan  $b-1$ , inklusif) dan semua bit pada register lainnya diinisialisasi dengan angka 0.

Menjalankan sebuah program merupakan menjalankan instruksinya secara berurutan. Setelah instruksi terakhir dijalankan, **keluaran** dari program dihitung berdasarkan nilai akhir dari bit yang terdapat pada register 0. Jelasnya, keluaran program terdiri dari  $n$  buah bilangan bulat  $c[0], c[1], \dots, c[n-1]$ , di mana untuk setiap  $i$  ( $0 \leq i \leq n-1$ ),  $c[i]$  adalah nilai bilangan bulat dari rangkaian bits  $i \cdot k$  sampai  $(i+1) \cdot k - 1$  pada register 0. Perhatikan bahwa setelah menjalankan program, bit lainnya pada register 0 (dengan indeks sekurang-kurangnya  $n \cdot k$ ) dan semua bit pada register lainnya boleh bernilai berapapun.

- Tugas yang pertama ( $s = 0$ ) adalah untuk mencari bilangan bulat terkecil di antara bilangan bulat masukan  $a[0], a[1], \dots, a[n-1]$ . Jelasnya,  $c[0]$  harus merupakan nilai terkecil dari  $a[0], a[1], \dots, a[n-1]$ . Nilai dari  $c[1], c[2], \dots, c[n-1]$  boleh bernilai berapapun.
- Tugas yang kedua ( $s = 1$ ) adalah untuk mengurutkan bilangan bulat  $a[0], a[1], \dots, a[n-1]$  dengan urutan tidak menurun. Jelasnya, untuk setiap  $i$  ( $0 \leq i \leq n-1$ ),  $c[i]$  harus merupakan nilai terkecil ke- $1+i$  di antara  $a[0], a[1], \dots, a[n-1]$  (dengan kata lain,  $c[0]$  merupakan bilangan bulat terkecil di antara bilangan bulat masukan).

Berikanlan Christopher program-program yang masing-masing terdiri dari paling banyak  $q$  buah instruksi, yang dapat menyelesaikan tugas-tugas ini.

## Detail Implementasi

Anda perlu mengimplementasikan fungsi berikut:

```
void construct_instructions(int s, int n, int k, int q)
```

- $s$ : tipe dari tugas.
- $n$ : banyaknya bilangan bulat di masukan.
- $k$ : banyaknya bit di tiap bilangan bulat pada masukan.
- $q$ : maksimum banyaknya instruksi yang dibolehkan.
- Fungsi ini dipanggil tepat sekali dan harus mengkonstruksi sebuah rangkaian instruksi untuk menyelesaikan task yang dibutuhkan.

Fungsi ini harus memanggil satu atau lebih dari fungsi-fungsi berikut untuk mengkonstruksi sebuah rangkaian instruksi:

```
void append_move(int t, int y)
void append_store(int t, bool[] v)
void append_and(int t, int x, int y)
void append_or(int t, int x, int y)
void append_xor(int t, int x, int y)
void append_not(int t, int x)
void append_left(int t, int x, int p)
void append_right(int t, int x, int p)
void append_add(int t, int x, int y)
```

- Tiap fungsi masing-masing menambahkan sebuah instruksi  $move(t, y)$ ,  $store(t, v)$ ,  $and(t, x, y)$ ,  $or(t, x, y)$ ,  $xor(t, x, y)$ ,  $not(t, x)$ ,  $left(t, x, p)$ ,  $right(t, x, p)$  atau  $add(t, x, y)$  ke program.
- Untuk semua instruksi yang relevan,  $t$ ,  $x$ ,  $y$  harus paling sedikit bernilai 0 dan paling banyak bernilai  $m - 1$ .
- Untuk semua instruksi yang relevan,  $t$ ,  $x$ ,  $y$  tidak harus berbeda untuk tiap pasang.
- Untuk instruksi  $left$  dan  $right$ ,  $p$  harus paling sedikit bernilai 0 dan paling banyak bernilai  $b$ .
- Untuk instruksi  $store$ , panjang dari  $v$  harus bernilai  $b$ .

Anda dapat juga memanggil fungsi berikut untuk membantu Anda dalam mengetes solusi Anda:

```
void append_print(int t)
```

- Pemanggilan apapun ke fungsi ini akan diabaikan pada saat proses penilaian solusi Anda.
- Pada contoh *grader*, fungsi ini menambahkan sebuah operasi  $print(t)$  ke program.
- Ketika contoh *grader* mendapati sebuah operasi  $print(t)$  selama eksekusi sebuah program, dia mencetak  $n$   $k$ -bit bilangan bulat yang dibentuk dari  $n \cdot k$  bit pertama dari register  $t$  (lihat bagian "Contoh Grader" untuk lebih jelasnya).
- $t$  harus memenuhi  $0 \leq t \leq m - 1$ .

- Panggilan apapun ke fungsi ini tidak menambah banyaknya instruksi yang dikonstruksi.

Setelah menambahkan instruksi terakhir, `construct_instructions` harus *return*. Program tersebut kemudian dievaluasi dengan beberapa kasus uji, masing-masing mengspesifikasikan sebuah masukan yang terdiri dari  $n$   $k$ -bit bilangan bulat  $a[0], a[1], \dots, a[n-1]$ . Solusi Anda lulus dari sebuah kasus uji apabila keluaran dari program  $c[0], c[1], \dots, c[n-1]$  untuk masukan yang diberikan memenuhi kondisi berikut:

- Apabila  $s = 0$ ,  $c[0]$  harus merupakan nilai terkecil dari  $a[0], a[1], \dots, a[n-1]$ .
- Apabila  $s = 1$ , untuk setiap  $i$  ( $0 \leq i \leq n-1$ ),  $c[i]$  harus merupakan  $1 + i$ -th bilangan terkecil dari  $a[0], a[1], \dots, a[n-1]$ .

Penilaian dari solusi Anda dapat mengakibatkan di salah satu dari pesan error berikut:

- `Invalid index`: indeks register yang salah (mungkin negatif) diberikan sebagai parameter  $t$ ,  $x$  or  $y$  untuk beberapa pemanggilan pada salah satu fungsi.
- `Value to store is not b bits long`: panjang dari  $v$  yang diberikan ke `append_store` tidak sama dengan  $b$ .
- `Invalid shift value`: nilai dari  $p$  yang diberikan ke `append_left` atau `append_right` tidak berada diantara 0 dan  $b$  inklusif.
- `Too many instructions`: fungsi Anda mencoba untuk menambahkan lebih dari  $q$  instruksi.

## Contoh

### Contoh 1

Misalkan  $s = 0$ ,  $n = 2$ ,  $k = 1$ ,  $q = 1000$ . Terdapat dua bilangan bulat  $a[0]$  dan  $a[1]$ , masing-masing memiliki  $k = 1$  bit. Sebelum program dieksekusi,  $r[0][0] = a[0]$  dan  $r[0][1] = a[1]$ . Semua bit lain pada prosesor diset menjadi 0. Setelah menjalankan instruksi ini, kita perlu menghasilkan  $c[0] = r[0][0] = \min(a[0], a[1])$ , yang merupakan nilai minimum dari  $a[0]$  dan  $a[1]$ .

Hanya terdapat 4 nilai masukan yang mungkin:

- Kasus 1:  $a[0] = 0, a[1] = 0$
- Kasus 2:  $a[0] = 0, a[1] = 1$
- Kasus 3:  $a[0] = 1, a[1] = 0$
- Kasus 4:  $a[0] = 1, a[1] = 1$

Perhatikan bahwa untuk semua kasus,  $\min(a[0], a[1])$  bernilai sama dengan bitwise-AND dari  $a[0]$  dan  $a[1]$ . Oleh karena itu, solusi yang mungkin adalah untuk mengkonstruksi sebuah program dengan melakukan pemanggilan berikut:

1. `append_move(1, 0)`, yang menambahkan sebuah instruksi untuk menyalin  $r[0]$  ke  $r[1]$ .
2. `append_right(1, 1, 1)`, yang menambahkan sebuah instruksi yang mengambil semua bit di  $r[1]$ , menggeser bit-bit tersebut ke kanan sebesar 1 bit, lalu menyimpan hasilnya kembali ke  $r[1]$ . Karena tiap bilangan bulat memiliki panjang 1-bit, hal ini mengakibatkan  $r[1][0]$  bernilai sama dengan  $a[1]$ .

3. `append_and(0, 0, 1)`, yang menambahkan sebuah instruksi untuk mengambil bitwise-AND dari  $r[0]$  dan  $r[1]$ , lalu menyimpan hasilnya di  $r[0]$ . Setelah instruksi ini dieksekusi,  $r[0][0]$  diset menjadi bitwise-AND dari  $r[0][0]$  dan  $r[1][0]$ , yang bernilai sama dengan bitwise-AND dari  $a[0]$  dan  $a[1]$ , seperti yang diharapkan.

## Contoh 2

Misalkan  $s = 1$ ,  $n = 2$ ,  $k = 1$ ,  $q = 1000$ . Seperti pada contoh sebelumnya, hanya terdapat 4 kemungkinan masukan pada program. Untuk semua kasus,  $\min(a[0], a[1])$  adalah bitwise-AND dari  $a[0]$  dan  $a[1]$ , dan  $\max(a[0], a[1])$  adalah bitwise-OR dari  $a[0]$  dan  $a[1]$ . Salah satu kemungkinan solusi adalah dengan cara melakukan pemanggilan berikut:

1. `append_move(1, 0)`
2. `append_right(1, 1, 1)`
3. `append_and(2, 0, 1)`
4. `append_or(3, 0, 1)`
5. `append_left(3, 3, 1)`
6. `append_or(0, 2, 3)`

Setelah menjalankan instruksi ini,  $c[0] = r[0][0]$  mengandung  $\min(a[0], a[1])$ , dan  $c[1] = r[0][1]$  mengandung  $\max(a[0], a[1])$ , yang mengurutkan masukan.

## Batasan

- $m = 100$
- $b = 2000$
- $0 \leq s \leq 1$
- $2 \leq n \leq 100$
- $1 \leq k \leq 10$
- $q \leq 4000$
- $0 \leq a[i] \leq 2^k - 1$  (untuk semua  $0 \leq i \leq n - 1$ )

## Subsoal

1. (10 poin)  $s = 0, n = 2, k \leq 2, q = 1000$
2. (11 poin)  $s = 0, n = 2, k \leq 2, q = 20$
3. (12 poin)  $s = 0, q = 4000$
4. (25 poin)  $s = 0, q = 150$
5. (13 poin)  $s = 1, n \leq 10, q = 4000$
6. (29 poin)  $s = 1, q = 4000$

## Contoh Grader

Contoh *grader* membaca masukan dengan format berikut:

- baris 1 :  $s \ n \ k \ q$

Diikuti dengan beberapa buah baris, masing-masing mendeskripsikan satu buah kasus uji. Setiap kasus uji disediakan dalam format berikut:

- $a[0] \ a[1] \ \dots \ a[n - 1]$

dan mendeskripsikan sebuah kasus uji yang masukannya terdiri dari  $n$  buah bilangan bulat  $a[0], a[1], \dots, a[n - 1]$ . Deskripsi dari setiap kasus uji diikuti oleh sebuah baris yang hanya mengandung  $-1$

Contoh *grader* awalnya memanggil `construct_instructions(s, n, k, q)`. Jika pemanggilan ini melanggar beberapa batasan yang dituliskan pada deskripsi soal, contoh *grader* akan mencetak salah satu pesan error yang terdapat pada akhir bagian "Detail Implementasi" dan berhenti. Jika tidak, contoh *grader* akan mencetak setiap instruksi ditambahi dengan `construct_instructions(s, n, k, q)` secara berurutan. Untuk instruksi *store, v* dicetak dari indeks 0 sampai indeks  $b - 1$ .

Lalu, contoh *grader* memproses kasus uji secara berurutan. Untuk setiap kasus uji, contoh *grader* menjalankan program yang telah dibangun terhadap masukan dari kasus uji.

Untuk setiap operasi *print(t)*, andaikan  $d[0], d[1], \dots, d[n - 1]$  adalah rangkaian bilangan bulat, sehingga untuk setiap  $i$  ( $0 \leq i \leq n - 1$ ),  $d[i]$  adalah nilai bilangan bulat dari rangkaian bit  $i \cdot k$  sampai  $(i + 1) \cdot k - 1$  pada register  $t$  (ketika operasi dijalankan). *Grader* mencetak rangkaian ini dengan format berikut: `register t: d[0] d[1] ... d[n - 1]`.

Setelah semua instruksi telah dijalankan, contoh *grader* mencetak keluaran dari program.

If  $s = 0$ , keluaran dari contoh *grader* untuk setiap kasus uji adalah dalam format berikut:

- $c[0]$ .

If  $s = 1$ , keluaran dari contoh *grader* untuk setiap kasus uji adalah dalam format berikut:

- $c[0] \ c[1] \ \dots \ c[n - 1]$ .

Setelah menjalankan semua kasus uji, *grader* mencetak `number of instructions: X` dimana  $X$  adalah jumlah instruksi pada program anda.